

ハイブリッドインフレーションによる背景重力波

著者	木島 彩乃
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要．理工学・工学研究科編
巻	61
ページ	1-8
発行年	2020-03-24
URL	http://doi.org/10.15002/00022923

ハイブリッドインフレーションによる背景重力波

The stochastic backgrounds of gravitational waves from hybrid inflation

木島彩乃

Ayano KIJIMA

指導教員 佐藤修一教授

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻創生科学系修士課程

Inflation is exponential expansion of space in the early universe. Electromagnetic waves cannot give us direct information about the early universe. So, gravitational wave is only way to observed the beginning of the universe. DECIGO (DECI-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) is the Japanese future space gravitational wave antenna. The main purpose of DECIGO is to directly observe the beginning of the universe via observing gravitational waves from supermassive black holes and from the inflation. In this paper, we review how to derive the spectrum of gravitational waves from inflation.

Key Words : Gravitational wave; Stochastic backgrounds; Early universe cosmology

1. はじめに

重力波とは、時空の歪みが波のように光速で伝搬する現象であり、特に宇宙初期に生成された重力波は地上では検出することができず、宇宙での観測が必要である。本研究の目的は、宇宙重力波望遠鏡 DECIGO で検出が期待されている、インフレーションと呼ばれる宇宙初期の指数関数的膨張を起源とする背景重力波のスペクトルを求めることである。

A.Einstein は 1905 年、特殊相対性理論を発表した。しかし、この理論には様々な問題点があり、これらの問題を解決するために Einstein は 1915 年から 1916 年にかけて一般相対性理論を提唱した。この理論は、重力の働きと加速する系での慣性力は区別することができないとする「等価原理」と、すべての物理法則はどのような座標系を基準にとっても同じ形で表されるとする「一般相対性原理」の 2 つの原理を組み合わせた理論である。特殊相対性理論では重力を考慮しない特殊な状況下で論ぜられていたため重力を扱うことができなかったが、一般相対性理論では重力を時空の歪みとして考えることで重力を取り扱うことが可能になり、重力波の存在を予言した。

重力波は透過性が強く、物質をすり抜ける特徴を持つため、電磁波では観測することのできない宇宙の晴れ上がり以前の初期の宇宙を観測することが可能である。連星パルサーによる間接的な観測から重力波の存在は証明されていたが、生じる時空の歪みが極端に小さいために検出は非常に困難であり、Einstein の最後の宿題とまで

言われていた。しかし、2015 年 9 月にアメリカの地上重力波望遠鏡 LIGO(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) が直接検出に初めて成功し、重力波天文学の幕開けとなった。

現在、世界の様々な国と地域に地上型重力波望遠鏡が建設されており、日本では岐阜県の神岡に地上型重力波望遠鏡 KAGRA が建設され、観測開始に向け作業が進められている。しかし、地上での重力波検出では地球固有の地面振動の影響が大きく、低周波帯域の重力波を観測することは難しいため、低周波帯域の重力波を検出するには地面振動の影響を受けない宇宙に望遠鏡を飛ばす必要がある。宇宙での重力波検出に向けて、日本では宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 計画が進められている。DECIGO は、1 辺が 1000km の三角形になるよう 3 機の衛星を配置し、その相対距離の変化を光共振型レーザー干渉計を使って観測し重力波を検出する。DECIGO の観測周波数帯域は 0.1Hz から 10Hz であり、主な観測のターゲットは連星中性子星や超大質量ブラックホール連星の合体、そしてインフレーションと呼ばれる宇宙初期の指数関数的膨張を起源とする背景重力波である。DECIGO の最大の目的はこのインフレーションを起源とする背景重力波の観測により、宇宙誕生の謎を解き明かすことである。

2. 初期宇宙論

(1) フリードマン方程式

現代の宇宙論は、アインシュタインの一般相対性理論

を基に展開されている。この理論は、質量を持つ物体があると時空が歪み、それが重力であり、この歪みが光の進み方などに影響を及ぼすという理論である。一般相対性理論で最も本質的であるのは、アインシュタイン方程式であり、以下の形で表される。

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1)$$

ここで、 $G_{\mu\nu}$ はアインシュタインテンソル、 Λ は宇宙定数、 $g_{\mu\nu}$ は計量テンソル、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソル、 G は重力定数である。

宇宙のふるまいを記述するにあたり、計量を決めることが重要である。計量は英語で「metric」であり、長さを測るための基準という意味である。

宇宙は大局的には一様等方であるとする宇宙原理に基づけば、宇宙は大局的には、空間的に一様な物質密度と一様等方な幾何学的構造をもった時空として表すことができる。一様等方な三次元空間の計量 $d\sigma_K^2$ にはいくつかの表現補法があるが、特によく用いられるのは、球面座標 (r, θ, φ) を用いた表現で

$$d\sigma_K^2 = \frac{1}{1 - Kr^2} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (2)$$

である。これはロバートソン・ウォーカー座標と呼ばれる。 K は曲率、 r は動径半径である。三次元空間の計量がこの式で与えられる四次元空間の計量は、一般に

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) d\sigma_K^2 \quad (3)$$

と表せる。ここで c は光速、関数 $a^2(t)$ は宇宙のスケール因子と呼ばれ、各時刻 t における空間の大きさを表す関数、つまり宇宙の膨張や収縮の度合いを表している。また、三次元一様等方空間の計量 $d\sigma_K^2$ の座標 (r, θ, φ) は、宇宙空間に静止した座標系であり、宇宙膨張に伴っているため、宇宙の共動座標という。式 (2)、(3) より、一様等方宇宙モデルにおいて、四次元空間の計量は次のように記述される。

$$d\sigma_K^2 = \left(\frac{1}{1 - Kr^2} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (4)$$

この計量は一般にロバートソン・ウォーカー計量 (Robertson-Walker metric) と呼ばれる。RW 計量に対するアインシュタイン方程式は、

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (5)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (6)$$

となる。式 (5) はフリードマン方程式で、 ρ はエネルギー密度、 p は圧力、 K は空間の曲率である。この式は宇宙の膨張を表す方程式である。また、式 (6) はスケール因子 $a(t)$ の運動方程式である。

(2) エネルギー成分

初期宇宙では、時期によって宇宙のエネルギー成分を支配している成分が異なり、それにより膨張の仕方も異なる。通常的气体などの物質が支配する時期を物質優勢期、輻射のような相対論的な粒子が支配する時期を輻射優勢期、真空エネルギーが宇宙を支配する時期を宇宙項優勢期といい、特に宇宙項優勢期は指数関数的に宇宙が膨張するため、宇宙のインフレーション的膨張、もしくはインフレーションという。各優勢期におけるスケール因子は、式 (5) と状態方程式 $w = p/\rho$ より

$$a \propto t^{\frac{2}{3}} \quad (\text{物質優勢期}) \quad (7)$$

$$a \propto t^{\frac{1}{2}} \quad (\text{輻射優勢期}) \quad (8)$$

$$a \propto e^{Ht} \quad (\text{宇宙項優勢期}) \quad (9)$$

となる。

3. 重力波

アインシュタインが発表した一般相対性理論の中で予言された光速で伝搬する時空の歪みのことを「重力波」といい、アインシュタイン方程式を線形化し波動解を求めることにより導出される。電磁波は電場と磁場が時間変化しながら伝わっていく波であるのに対して、重力波は潮汐的な空間の歪みが時間変化しながら伝わっていく波である。重力波は、質量を持った物体が動くことによりが生じ、主な波源としては、連星中性子星や連星ブラックホールの合体や超新星爆発、パルサーなど多くのものが考えられている。

重力波にはそれぞれの信号が分離可能な重力波と、全天からランダムにやってきて信号を分離することができない重力波があり、後者は特に背景重力波と呼ばれている。

また、重力波はその起源により観測周波数帯域が異なってくる。連星中性子星の合体やパルサーからの重力波は高周波帯域にあり、地上での観測が可能であるが、初期宇宙からの重力波や大質量ブラックホールの連星合体による重力波などは低周波帯域のため、地面振動の影響を受けてしまい、地上では観測することができない。そのため、宇宙空間の重力波望遠鏡と飛ばし、地面振動の影響を受けない宇宙で観測する必要がある。

4. インフレーション理論

1927 年、ベルギーの神父で天文学者のジョルジュ・ルメートルが³⁾、一般相対性理論におけるアインシュタイン方程式の 1 つ解を導き出し、渦巻銀河が後退していると

いう観測結果から、”宇宙は原始的原子の爆発から始まった”とするルメートル宇宙モデルを提唱した。その後、1929年にハッブル (E.Hubble) による膨張宇宙の観測をうけ、1947年にガモフ (G.Gaomw) が”初期の宇宙は高温・高密度であり、宇宙膨張の始まりは熱い火の玉であったとするビッグバン宇宙理論を提唱した。

しかし、ビッグバン理論は現在の宇宙の様子をよく表した理論であるが、宇宙の初期条件に関する原理的問題がいくつかある。特に大きな問題となるのは地平線問題 (horizon problem) と平坦性問題 (flatness problem) である。これらの問題を解決するために、1980年代、A.Gouth と K.Sato はインフレーション理論を提唱した、これは、宇宙が誕生してから 10^{-37} 秒後から 10^{-35} 秒後までのわずかな時間に、宇宙の大きさが 10^{43} 倍にまで指数関数的に膨張したとする説である。インフレーション理論により、ビッグバン理論だけでは説明することが難しいとされていた地平線問題や平坦性問題などの問題点を解決することができた。インフレーション宇宙は、物質や通常のエネルギーは存在しないが、宇宙項のみが存在するドジッター宇宙とみなすことができる。

インフレーションには、スローロールインフレーションモデル、カオティックインフレーションモデル、ハイブリッドインフレーションモデルなど、様々なモデルがある。本論文では特に、カオティックインフレーション後の宇宙の再加熱において生成される重力波について述べる。

5. インフレーションによる背景重力波

(1) 背景重力波

背景重力波とは、無数にある波源からの重力波が重なり合って背景放射として存在する重力波のことであり、一つ一つに分離して検出することができない。白色矮星の連星系や宇宙論的距離からの超新星爆発などの天体起源のものと、インフレーションや宇宙の相転移などの宇宙論的起源のものなど、様々な起源がある。本論文においては、簡単のため、(1) 等方的である、(2) 偏向がない、(3) 定常である、(4) 振幅の分布はガウシアンである、という4つの仮定をする。背景重力波を議論するときには次の量が用いられる。

$$\Omega_{gw}(f) = \left(\frac{1}{\rho_c} \right) \frac{d\rho_{gw}}{d \log f} \quad (10)$$

ρ_c は宇宙の臨界密度で

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (11)$$

で定義される。また、 H_0 はハッブル定数である。 ρ_{gw} は

重力波のエネルギー密度

$$\rho_{gw} = \frac{1}{32\pi G} \langle \dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} \rangle \quad (12)$$

である。ハッブル定数には不定性があるため、背景重力波を議論する際は Ω_{gw} ではなく、 $h_0^2 \Omega_{gw}$ のという量が用いられることが多い。このとき、 $H_0 = h_0 \times 100 \text{ km}/(\text{sec} \cdot \text{Mpc})$ である。インフレーションは時空の量子揺らぎを生み出し、この揺らぎがインフレーションによって引き伸ばされて重力波となった。この重力波こそがインフレーション起源の背景重力波である。重力波は他の物質との相互作用が非常に小さいため、生成当時の情報を保持していると考えられる。

(2) ハイブリッドインフレーション

インフレーションには様々な種類があるが、本論ではハイブリッドインフレーションを考える。これはインフレーションを起こす場 (スカラー場 ϕ) と終わる場 (χ) が異なるスローロールモデルである。インフレーションを起こす場がある臨界値 (ϕ_c) より小さくなると χ が不安定になり、インフレーションが終了する。一般的にハイブリッドインフレーション終了時には、それらの場の相互作用によるパラメトリック共振や、 χ のタキオン不安定と呼ばれる現象が起こる。 χ のタキオン不安定とは、 χ の質量の二乗が負になることから生じる不安定性である。このモデルのポテンシャルは一般に、次のように与えられる。

$$V(\Phi, \chi) = \lambda \left(\Phi^\dagger \Phi - \frac{v^2}{2} \right)^2 + g^2 \chi^2 \Phi + \frac{1}{2} \mu^2 \chi^2 \quad (13)$$

ここで、収縮 $\Phi^\dagger \Phi$ はトレース $Tr \Phi^\dagger \Phi = \frac{1}{2} \sum_a \phi_a^2 = \frac{1}{2} |\phi|^2$ である。一般的なハイブリッドインフレーションモデルのポテンシャルの形を図1に示す。

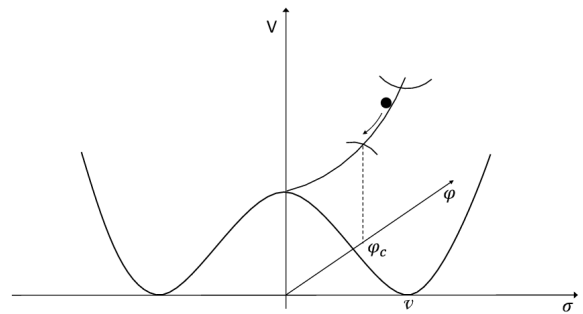


図 1: ハイブリッドモデルのポテンシャルの例 [2]

ハイブリッドインフレーション中に生成される重力波のスペクトルは直接観測することはできない。そのため、ハイブリッドインフレーション後の再加熱における重力波生産がどれだけ効率的であるかを示し、分析的推定と

数値シミュレーションの両方を用いて、現在の背景重力波の振幅を導出する。

ハイブリッドインフレーションの再加熱は、明確に定義された4つのレジームを経ている。まず1つ目は、スピノーダル不安定性を介したヒッグス場の長波長モードの指数関数的成長である。これは、スカラーからゲージ場やフェルミオンまで、それに結合する場に関連する粒子の爆発的な生成を促進させる。2つ目は、ヒッグスのようなガウスランダム場のピークに関連する、高密度コントラストと高度に相対論的なバブル構造の衝突と核生成である。3つ目は、これらすべての「バブル」が衝突し、すべての場のエネルギー密度が高運動量モードに向かってカスケードした後に起こる乱流レジームである。最後は、局所的な熱および化学平衡が等分配を引き起こすときの全モードの熱化である。

最初の3つの段階は、予熱プロセスの半古典的特性により詳細な格子シミュレーションで研究可能であるが、最後の段階では、格子の量子アプローチが必要である。

(3) 重力波生成

この論文の主な目的は、ハイブリッドインフレーション後の宇宙の再加熱中に生成される確率的GWBの詳細を調査することであるが、(非常に簡単ではあるが)いくつかの単純なカオティックモデルでの再加熱からの類似の背景重力波についても調査するため、まず平坦なフリードマン・ロバートソン・ウォーカー (FRW) 宇宙内の再加熱のシナリオで重力波のパワースペクトルを得るための一般的な形式を導出する。ボーズ場 ϕ_a と相互作用するインフラトンのスカラー場 χ の理論は、次のように記述される。

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_a\partial^\mu\phi_a + \frac{R}{16\pi G} - V(\phi, \chi) \quad (14)$$

ハイブリッドモデルの場合、 N_c 個の実成分を持つ一般的な対称性が破れているヒッグス場を考慮するため、式 (13) において $\Phi^\dagger\Phi \equiv \frac{1}{2}\sum_a\phi_a^2 = \frac{1}{2}|\phi|^2$ をとることができ、 a はヒッグス成分の数だけ実行される。したがって有効なポテンシャル (13) は、

$$V(\phi, \chi) = \frac{\lambda}{4}(|\phi|^2 - v^2)^2 + g^2\chi^2|\phi|^2 + \frac{1}{2}\mu^2\chi^2 \quad (15)$$

カオティックインフレーションのシナリオでは、インフラトンと相互作用する質量のないスカラー場について考える。インフラトンのポテンシャルを $V(\chi)$ とすると、ポテンシャルは次のようになる。

$$V(\chi, \phi) = \frac{1}{2}g^2\chi^2\phi^2 + V(\chi) \quad (16)$$

この論文で示すシミュレーションについては、ハイブリッドモデルの $N_c = 4$ の場合に集中し、カオスティックシ

ナリオのポテンシャル $V(\chi) = \frac{\lambda}{4}\chi^4$ を考慮する。インフラトンと他のボーズ場の古典的な運動方程式は

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - \frac{1}{a^2}\nabla^2\chi + \frac{\partial V}{\partial\chi} = 0 \quad (17)$$

$$\ddot{\phi}_a + 3H\dot{\phi}_a - \frac{1}{a^2}\nabla^2\phi_a + \frac{\partial V}{\partial\phi_a} = 0 \quad (18)$$

$H = \frac{\dot{a}}{a}$ である。重力波は、ここでは

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j \quad (19)$$

である平坦な FRW 空間上の TT ゲージ不変のメトリック摂動 h_{ij} によって表される。 $a(t)$ はスケールファクターであり、テンソル摂動は $\partial_i h_{ij} = h_{ij} = 0$ となると考えられている。アインシュタインの場の方程式は、背景重力波 $G_\mu^{(0)\nu} = 8\pi G T_\mu^{(0)\nu}$ と摂動 $\delta G_\mu^\nu = 8\pi G \delta T_\mu^\nu$ の2つの方程式に分けることができる。背景の方程式は、以下を介して平坦な FRW 宇宙の進化を説明する。

$$-\frac{\dot{H}}{4\pi G} = \dot{\chi}^2 + \frac{1}{3a^2}(\nabla\chi)^2 + \dot{\phi}_a^2 + \frac{1}{3a^2}(\nabla\phi_a)^2 \quad (20)$$

$$\frac{3H^2}{4\pi G} = \dot{\chi}^2 + \frac{1}{a^2}(\nabla\chi)^2 + \dot{\phi}_a^2 + \frac{1}{a^2}(\nabla\phi_a)^2 + 2V(\chi, \phi) \quad (21)$$

式 (20) および式 (21) の右辺は、空間的に平均化されていると理解される必要がある。一方、摂動を与えられたアインシュタイン方程式は、テンソル摂動の進化を次のように記述する。

$$\ddot{h}_{ij} + 3H\dot{h}_{ij} - \frac{1}{a^2}\nabla^2 h_{ij} = 16\pi G\Pi_{ij} \quad (22)$$

ここで、 $\partial_i\Pi_{ij} = \Pi_{ii} = 0$ である。

ここまですとまとめると、式 (17), (18) (20) (21) はあらゆるインフレーションシナリオにおける再加熱のダイナミクスについて、式 (22) は各シナリオにおける重力波生成について述べている。

特定のインフレーションモデルのダイナミクスを解明するために、まず式 (20) (21) を (17) (18) と共に格子内で進化させ、必要な場合のみ、

$$\ddot{u}_{ij} + 3H\dot{u}_{ij} - \frac{1}{a^2}\nabla^2 u_{ij} = 16\pi G T_{ij} \quad (23)$$

である方程式の解をフーリエ変換し、重力波の形を決定する TT 自由度を復元するために、TT テンソルの摂動

$$h_{ij}(t, \mathbf{k}) = \Lambda_{ij,lm}(\hat{\mathbf{k}})u_{lm}(t, \mathbf{k}) \quad (24)$$

に代入する。ただし、 u_{lm} は

$$u_{lm}(t, \mathbf{k}) = 16\pi G \int_{t_e}^t dt' G(t, t') T_{lm}(t', \mathbf{k}) \quad (25)$$

である。

シミュレーションから、背景重力波のパワースペクトル

$$\begin{aligned} \Omega_{GW}(k) &\equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{GW}}{d\log k} \\ &= \frac{k^3}{32\pi G L^3 \rho_c} \int d\Omega \Lambda_{ij,lm}(\hat{\mathbf{k}}) \dot{u}_{ij}(t, \mathbf{k}) \dot{u}_{lm}^*(t, \mathbf{k}) \quad (26) \end{aligned}$$

の角度積分の因数が \mathbf{k} の空間において方向に依存しないことを確認する。したがって、任意のインフレーションモデルの重力波スペクトルをプロットする際は、運動量空間のすべての方向平均化した後に得られるスペクトルの振幅（/各モードにおける \mathbf{k} ）を示す。

$$\Omega_{GW}(k) = \frac{k^3}{8GL^3 \rho_c} \langle \Lambda_{ij,lm}(\hat{\mathbf{k}}) \dot{u}_{ij}(t, \mathbf{k}) \dot{u}_{lm}^*(t, \mathbf{k}) \rangle_{4\pi} \quad (27)$$

ここで、 $\langle f \rangle_{4\pi} \equiv \frac{1}{4\pi} \int f d\Omega$ とした。

最後に、初期宇宙で生成された背景重力波は周波数の範囲が赤方偏移されるため、対処する必要がある。重力波生成中の任意の時刻 t から赤方偏移される、現在の重力波のスペクトルの特徴的な波数を計算する必要がある、これは、予熱後に長い乱流期間が発生し、背景重力波の振幅が変化してスペクトルがピークとなる周波数がシフトする可能性があるため、重要なポイントである。まず、各時刻における特徴から、時間を4つに区切って考える。

t_e : インフレーションが終わった時刻

t_* : 重力波の生成が終わった時刻

t_r : 宇宙が最終的に再加熱され、輻射優勢期に突入する時刻

t_0 : 現在の時刻

ただし、 t_0 において、熱化後も熱プラズマからわずかに重力波生が生成されるが、実際の目的では無視することができる。今日におけるスケールファクターを a_0 、任意の時刻 t におけるスケールファクターを a_t とすると、今日の重力波の周波数 f_0 は $f_0 = (a_t/a_0)(k_t/2\pi)$ と表すことができ、これらから、 f_0 は重力波生成中の任意の時刻 t における波数 k に関係していることがわかる。

ここからはハイブリッドモデルについて考える。ハイブリッドシナリオにおいて、生成された背景重力波のインフレーションのスケールによる形と振幅、具体的にいうと、インフレーションが終わる引き金となるヒッグス

場の vev （真空期待値）に対する依存性について考える。ハイブリッドモデルにおいて固有振動数 $m = \sqrt{\lambda}v$ が与えられ、その逆数である m^{-1} が再加熱の最初の段階で特徴的な時間スケールを設定するものであるとすると、 $v \ll M_p$ である限り、ハッブル数 $H \sim \sqrt{\lambda}(v^2/M_p)$ は m より十分に小さい($H \ll m$)。実際、通常はわずかに m^{-1} のタイムステップにおいて、ハッブル時間より短い時間ですべての真空エネルギー ρ_0 は放射に変換されるため、重力波の生成中、少なくとも再加熱の初期の段階では宇宙膨張による希釈を無視することができる。ただし、後述するが、初期段階後に発生する乱流の挙動は、 e -foldよりもはるかに長く続く可能性がある。その場合は宇宙の宇宙の膨張も考慮しなければならない。本論文では、まず宇宙膨張を無視し、その後で必要に応じてどのように補正を説明するかを考える。したがって、スケールファクター a を1とし、膨張率 H を0とする($\dot{H} = 0$)。後述のように、重力波生成時の宇宙膨張を無視するアプローチは、アポステリオリ（後驗的）に完全に正当化される。ハイブリッドモデルの格子において解く必要がある結合進化方程式は、

$$\ddot{u}_{ij} - \nabla^2 u_{ij} = 16\pi G T_{ij} \quad (28)$$

$$\ddot{\chi} - \nabla^2 \chi + (g^2|\phi|^2 + \mu^2)\chi = 0 \quad (29)$$

$$\ddot{\phi}_a - \nabla^2 \phi_a + (g^2\chi^2 + \lambda|\phi|^2 - m^2)\phi_a = 0 \quad (30)$$

コンピューターシミュレーションにおいては、重力波がインフラトン場とヒッグス場の両方のダイナミクスに起こす逆反応はわずかであり、無視できることを明確に確認することができた。したがって、上記の方程式の逆反応項を省略する。システムの進化の過程で、平均的な場の値と様々なエネルギー成分を評価する。

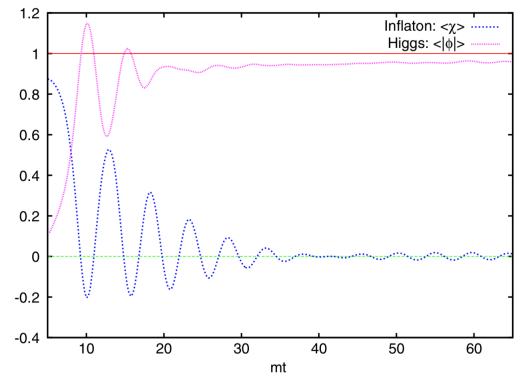


図 2: インフラトンとヒッグスの平均場と時間発展 [1]

インフラトンとヒッグスの平均の場の値と時間発展を図2に示す。ヒッグス場は vev に正規化され、インフラトンはその臨界値 $\chi_0 = m/g$ に正規化される。図2に示すように、ヒッグス場は真の真空に向かって成長し、

インフラトンはそのポテンシャルの最小値に向かって動き、その周りで振動する。さらに、平均化された勾配運動、およびポテンシャルエネルギーの合計（インフラトンとヒッグスの両方に寄与）が再加熱中は一定のままであることが確認できた。

図2のヒッグスの vev の時間変化を見ると、3つの段階に分けることができる。1つめは、真の真空への vev の指数関数的発展である。これは、ヒッグス場の波長モードのタキオン不安定性によって引き起こされ、この場の空間分布が塊と泡のような構造（バブル）を形成する。2つめの段階では、ヒッグスのバブルが衝突して互いに散乱するため、ヒッグス場が真の真空の付近で振動する。3つめの段階では、動乱な時期に到達する。その間、インフラトンは最小値付近で振動し、ヒッグスは真の真空状態になる。

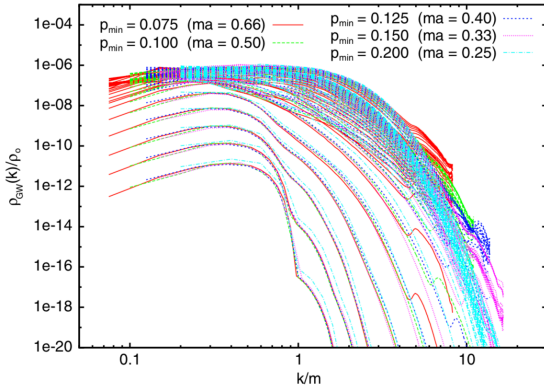


図 3: 重力波の波数とパワースペクトルの関係 [1]

図3に重力波のパワースペクトルを波数 k/m の関数として示している。特に遅い時間と高い波数 lattice artifact を制御するために様々な格子を用いた。格子のサイズと間隔 (k_{min} と k_{max}) を選択することで、関連しているすべてのスケールがシミュレーション内に収まるように調整した。ただし、初期条件で物理的なカットオフがあるため、グラフの下部のバンプは lattice artifacts であり、時間とともに急速に消滅する。また、スカラー場のパワースペクトルが $mt \sim \mathcal{O}(100)$ の後の乱流の目盛りに従うことを確認したため、シミュレーションを超えたエネルギー密度分布のその後の進化を予測することもできる。

(4) シミュレーション

運動量が低いヒッグスモードのタキオンの量子力学は非線形と逆反応が役割を果たし始める前に、それらを古典的な場の振る舞いと占有数にする。低周波における古典的なインフラトンや重力場の成分の成長を引き起こすのは、その後の非線形的で古典的な場の振る舞いである。占有数の少ない高運動量モードの振る舞いを研究する場合、問題の量子性が依然として重要であることは明らか

である。本論文では、重力波のテンソル場が存在するものとして同じ考え方を適応する。すると、タキオンモードがないため、テンソル場の初期量子進化も少なくなり、従来のシステムの初期条件に実質的に影響を与えないと考えられる。

まず、ヒッグスモードの初期タキオン成長とその後の重力波の成長について、解析推定値と数値シミュレーションを比較する。タキオン成長は真の真空に向かうヒッグスモードの指数関数的な成長よりも早いことに支配されている。(トレースレスな) 異方性応力テンソル Π_{ij} は、テンソル摂動と重力波の密度

$$|h_{ij}h^{ij}|^{1/2} \sim 16\pi Gv^2(m\Delta t)^2 10^{-3} \quad (31)$$

$$\rho_{GW}/\rho_0 \sim 64\pi Gv^2(m\Delta t)^2 10^{-6} \sim Gv^2 \quad (32)$$

を与える次数 $k^2|\phi|^2 \sim 10^{-3}m^2v^2$ まで急速に成長する。ここで、 $m\Delta t \sim 16$ である。 $v = 10^{-3}M_p$ を使用すると、対称性の破れにより、 $\rho_{GW}/\rho_0 \sim 10^{-6}$ を見つけることができ、これは数値シミュレーションの結果とも一致する。スピノードルの不安定性はガウスランダム場の統計に従って成長するため、対称性の破れの直前にヒッグス空間分布のピークまたは塊の数を推定することができる。これらの塊は非線形な成長を通して塊の陥入を引き起こし、大きな密度勾配を持つバブル構造を形成し、高速度で膨張することで互いに衝突して大きな重力波を生成する。衝突時のバブルのサイズは基本的に対称性の破れの際のピークの間隔によって決まるが、ガウスランダム場の分析により直接計算することができ、対称性が破れる前の初期の線形なステージでのみ利用できる。それにもかかわらず、ピークの周りにバブルが形成されると、他のバブルから一定の距離でそこにとどまるため、結果は対称性の破れの後で推定されることができると考えられる。このことから、衝突時のバブルのサイズを知ることができる。ピークの数

$$n_{peak}(\tau) = \frac{2}{3\sqrt{3}\pi^2} \xi_0(\tau)^{-3} (v^2 - 1) \exp[-v^2/2] \quad (33)$$

としてピークの数密度を推定する。この時、 $v = \phi_c/\sigma(\tau)$ は分散 $\sigma(\tau)$ に対する場の閾値 ϕ_c の比率に対応し、 $\sigma(\tau)$ は

$$\sigma(\tau) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi} (2V)^{1/3} \left(\frac{A(\tau)}{B(\tau)} \right)^{1/2} \quad (34)$$

であり、 $A(\tau), B(\tau)$ は

$$A(\tau) = \frac{\pi^2(1/3)^{2/3}}{2\Gamma^2(1/3)} Bi^2(\tau), \quad B(\tau) = 2(\sqrt{\tau} - 1) \quad (35)$$

である。ガウスの塊の平均的な大きさは $\xi_0(\tau) = 2B^{1/2}(\tau)m^{-1}$ であり、時間は $\tau = (2V)^{1/3}mt$ で与えられる。ピーク間の距離は、体積が $V_{peak} = 4\pi/3R_{peak}^3$ である平均的なバブルの半径の2倍と推定される。全体の体積 L^3 は N_{peak} 個のバブルに分割されるため、ピーク

間距離は

$$d_{peak} = 2R_{peak} = \frac{1}{ma} \left(\frac{6}{\pi n_{peak}} \right)^{1/3} a \quad (36)$$

これは、 $\phi_c \simeq 0.5 - 0.8$, $V = 0.024$, $\lambda = 0.125$ で、 $p_{min} = 0.15m$, $N = 128$ で与えられる格子サイズであり、通常、格子単位は 30 から 40 である。 V か λ のいずれかを減少させると、初期の塊の距離が増加し、衝突時の最終的なバブルのサイズも大きくなる。重力波の振幅はバブルのサイズの二乗に依存するため、 λ が小さいほど重力波の振幅は大きくなるはずである。しかし、このような振幅の増加はシミュレーションではまだ見られていない。次に、ヒッグスのバブル構造の最初の衝突によって生成された重力波のバーストの推定値を示す。バブルが衝突するときに重力波として放出するパワーは

$$P_{GW} \sim G \left(\frac{R^5 \rho}{R^3} \right) \sim G \rho_H^2 R^4 \quad (37)$$

と予想することができる。これらの波によって運ばれるエネルギー密度 $\rho_{GW} \sim P_{GW} \Delta t / R^3 \sim P_{GW} / R^2 \sim G \rho_H^2 R^2$ とヒッグス場の 2 つのバブル構造に蓄えられた初期エネルギーの割合を比較すると、 $\rho_{GW} / \rho_H = G \rho_H R^2$ になる。バブル衝突の段階では宇宙膨張は無視できるため、予熱中にインフラトンを動かすエネルギー $\rho_0 \sim m^2 v^2$ は基本的にヒッグスモードに伝達される。したがって、 $R \sim 10m^{-1}$ を思い出すと、バブルの衝突中に生成された重力波エネルギーと、対称性の破れで形成されたヒッグスの塊に蓄積されたエネルギーの割合は、

$$\frac{\rho_{GW}}{\rho_0} \sim 0.1 G \rho_0 R^2 \sim (v/M_p)^2 \quad (38)$$

となり、これは数値シミュレーションで観察されるのと同じ次数の振幅を与える。

次に、乱流レジームにおける重力波を考える。乱流がタキオンの不安定性の非常に早い段階で発生することから、乱流運動理論により与えられる場のダイナミクスの記述の良さやシミュレーションを長時間確認することができる。乱流中に重力波が大幅に供給された場合、宇宙の膨張からの補正を考慮する必要がある。図 4 に $(N, p_{min}) = (128, 0.15)$ の格子について $mt = 2000$ までの重力波スペクトルの進化を示す。

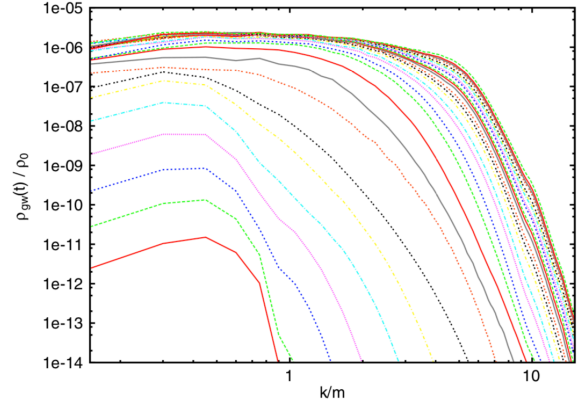


図 4: $mt=6$ から $mt=2000$ までの重力波スペクトルの時間発展 [1]

この図から、重力波の振幅が $\rho_{GW} / \rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$ の値に飽和することが明らかである。時間 $mt \approx 50$ では、スペクトルの振幅の最大値はすでに $\rho_{GW} / \rho_0 \approx 10^{-6}$ に達していたが、時間 $mt = 100$ では最大値は 2 倍になった。時間 $mt = 150$ から $mt = 200$ (シミュレーションで到達することができる最大の時間) まで、スペクトルの振幅の最大値はあまり大きく変化しておらず、 $\rho_{GW} / \rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-6}$ から $\approx 2.5 \cdot 10^{-6}$ までゆっくりと増加している。この飽和にも関わらず、シミュレーションでは長い運動量のテイルがより大きな値に向かっているのがわかる。この変位はまさに乱流から予測されるものであるが、新しい高運動量モードの振幅が低運動量モードの振幅を超えないことは明らかである。以上のことから、ハイブリッドモデルでの再加熱中の膨張は GW 生成時に重要な役割を果たさないと結論づけることができ、無視することができる。

6. まとめと今後の展望

本研究では、ハイブリッドインフレーション後の再加熱において生成される重力波のスペクトルの導出と格子シミュレーションをレビューした。ハイブリッドモデルは、勾配が重力波のソースとして作用するヒッグスモードのタキオン成長、次に大量のエネルギー密度を持つ相対論的なバブル構造、最後にシステムを熱化の方向に動かす乱流レジーム（この効果はスカラーソースの存在化ではあまり重要でないように見える）の 3 つの明確なステージを介する、予熱時における重力波の非常に効率的な発生器であることがわかった。これらの波はその生成の瞬間から分離されたままであり、したがって今日の重力波スペクトルの期待された振幅と形状は、非常に初期の宇宙の再加熱期間のプロープとして用いることができる。特徴的なスペクトルを用いれば、中性子星やブラックホール連星の合体から生じる周波数とともに減少するもの、インフレーションから生じるフラットなもの、

の確率的背景を区別することができる。

今後の展望としては、ハイブリッドインフレーション以外の他のインフレーションモデルについても広げていき、CMB観測によるインフレーションモデルの制限内に入っているモデルについて考察していきたい。

謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教授の佐藤修一教授や研究室の皆様など、多くの方々の力をお借りしました。

深く感謝いたします。

参考文献

- [1] J. Garcia-Bellido, Phys. Riv.D 77, 043517 (2008)
- [2] M.C. Guzzetti, Riv. Nuovo Cim. 39 (2016) no.9, 399-495
- [3] 平松尚志, 宇宙論的起源の背景重力波による余剰次元の探求, 修士論文, 2004.
- [4] 染谷望, インフレーション起源の背景重力波のスペクトル, 修士論文, 2017.